

## Učni list

## Naravno čiščenje onesnaženega jezera



Denimo, da gre za jezero, ki je onesnaženo, to pa je povzročilo neko podjetje, njegovo dejanje pa so odkrili. Zagotovo vemo, da drugih onesnaževalcev jezera ni bilo. Onesnaženost jezera merimo v ppm, kar pomeni število delčkov umazanije na milijon delčkov vode (**parts per million**).

Naše jezero je del sistema (verige) jezer, povezanih z reko. Vemo, da vsako leto določena količina vode v jezeru odteče in se nadomesti s čisto vodo iz zgornjih jezer in od dežja (ni onesnažen).

Zakonodaja določa, da je jezero primerno za kopanje, ko je stopnja onesnaženosti pod 5 ppm, torej je mejna vrednost 5 ppm. Kazen za onesnaževalca je 50.000 EUR za vsako leto, ko jezero ni primerno za kopanje.

## 1. naloga

Z meritvami so bili zbrani naslednji podatki za prvih deset let:

leto	mera onesnaženosti v ppm
1.	20
2.	18.5
3.	16.1
4.	14.6
5.	13.1
6.	11.9
7.	10
8.	9.7
9.	8.5
10.	7.3

Tabela 1: Onesnaženost jezera

i) **SODNI IZVEDENEC**

Država je podjetje, ki je jezero onesnažilo, tožila in ga spoznala za krivega. Najela je svojega izvedenca. Sodni izvedenec je poiskal pomoč strokovnjaka, ki je dane podatke modeliral z eksponentno funkcijo.

Tudi sam naredi to z naslednjimi koraki:

- odpri program Graph, poimenuj obe osi,
- v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi zaporedje točk*, prepisi podatke iz tabele Onesnaženost jezera v zaporedje točk,

- v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi trendno črto*, eksponentno funkcijo,
- graf naj bo zelene barve, poimenuj ga Sodni izvedenec,
- iz grafa preberi, kdaj bo stopnja onesnaženosti pod 5 ppm, in izračunaj vrednost kazni,
- prepisi enačbo grafa funkcije.

Enačba grafa:

## ii) IZVEDENEC PODJETJA

*Podjetje je najelo svojega izvedenca in ta je meritve modeliral z linearno funkcijo.*

Tudi sam naredi to z naslednjimi koraki:

- v prejšnjem grafu v meniju označi Niz1,
- v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi trendno črto*, linearno funkcijo,
- graf naj bo rdeče barve, poimenuj ga Podjetje,
- iz grafa preberi, kdaj bo stopnja onesnaženosti pod 5 ppm, in izračunaj vrednost kazni,
- prepisi enačbo grafa funkcije.

Enačba grafa:

## iii) IZVEDENEC NARAVOVARSTVENIKOV

*Naravovarstveniki, zbrani v civilni iniciativi Prijatelji jezera, so dane podatke modelirali z recipročno funkcijo.*

Tudi sam naredi to z naslednjimi koraki:

- v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi zaporedje točk*, prepisi podatke iz tabele Onesnaženost jezera v zaporedje točk,
- v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi trendno črto*, lastne funkcije, recipročna funkcija,
- graf naj bo modre barve, poimenuj ga Prijatelji jezera,
- iz grafa preberi, kdaj bo stopnja onesnaženosti pod 5 ppm, in izračunaj vrednost kazni,
- prepisi enačbo grafa funkcije.

Enačba grafa:



Primerjaj vse tri modele med seboj in odgovori:

Kateri model je ugodnejši za podjetje in zakaj? Ali je izbrani model dober tudi čez 10 let?

Svojo trditev v odgovoru utemelji.

## 2. naloga

Po 10 letih meritev imamo tri izvedenska mnenja in tri modele, ki se zelo razlikujejo v napovedih, kdaj bo voda primerna za kopanje. Država tokrat najame četrtega izvedenca, ki poskuša problem rešiti teoretično, brez meritev. Izvedenec ve, da je podjetje jezero onesnažilo do stopnje 20 ppm in da vsako leto 10 % vode v jezeru odteče in se nadomesti s čisto vodo iz zgornjih jezer in od dežja (ni onesnažen).

Zapiši rekurzivno formulo, ki povezuje stopnjo onesnaženosti prihodnjega leta  $p(n)$  glede na stopnjo onesnaženosti sedanjega  $p(n-1)$ :

$$p(n) = \text{---} \cdot p(n-1) \quad n \in N \wedge n \geq 2$$

Zapisal si model četrtega izvedenca.

1. Odpri program Graph in tabelo iz Excelovega dokumenta [Model brezdotoka](#) prenesi v program Graph. To narediš z naslednjimi ukazi:
  - v Excelovem dokumentu označi tabelo in jo kopiraj,
  - vrni se v Graph, v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi zaporedje točk*,
  - v izbranem ukazu prilepi tabelo.
2. Zdaj poišči, katera prilagoditvena krivulja se najbolj prilega narisani množici točk?
3. V orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi trendno črto*.
4. Ko najdeš ustrezno prilagoditveno krivuljo, zapiši enačbo njenega grafa, ki ti jo izpiše program. Nato zapiši splošen predpis za dobljeno funkcijo.

Iz grafa preberi, kdaj bo stopnja onesnaženosti pod 5 ppm pri modelu četrtega izvedenca.

Odgovor:

Ugotovi in obrazloži, kateri izvedenec iz prve naloge je imel najboljši model (model, ki se najbolj približa modelu četrtega izvedenca).

### 3. naloga

V Excelovem dokumentu [Model brezdotoka](#) spreminjaj odstotek vode  $P$ , ki iz jezera odteče in se nadomesti z novo, neonesnaženo ter začetno stopnjo onesnaženosti. Oceni število let in izračunaj kazen. Podatke za zadnjo vrstico v podnalogi d) v spodnji tabeli si izmisli sam.

Začetna onesnaženost v ppm	Odstotek vode, ki odteče in se zamenja s čisto vodo $P$	Mejna vrednost v zakonodaji (v ppm)	Število let	Kazen v EUR	Rekurzivna formula
a) 20	5	5			$p(n) = \_\_\_\_ \cdot p(n-1)$
b) 15	22	2			$p(n) = \_\_\_\_ \cdot p(n-1)$
c) 30	15	1			$p(n) = \_\_\_\_ \cdot p(n-1)$
d)					$p(n) = \_\_\_\_ \cdot p(n-1)$

### RAZŠIRITEV PROBLEMA

V vsakdanjem življenju je voda, ki priteče v jezero iz jezer nad njim, le redko popolnoma čista. Predpostavimo, da je stopnja onesnaženosti tiste, ki v naše jezero priteče  $b$  ppm. Potem se naš prejšnji model

$$p(n) = 0.90 \cdot p(n-1) \quad \text{spremeni v} \quad p(n) = 0.90 \cdot p(n-1) + 0.10b.$$

V nadaljevanju bomo raziskovali naš novi model.

### 4. naloga

1. Odpri program Graph in tabelo iz Excelovega dokumenta [Model dotok](#) prenesi v program Graph.

To narediš z naslednjimi ukazi:

- v Excelovem dokumentu označi tabelo in jo kopiraj,
- vrni se v Graph, v orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi zaporedje točk*,
- v izbranem ukazu prilepi tabelo.



2. Zdaj poišči, katera prilagoditvena krivulja se najbolj prilega narisani množici točk?
3. V orodni vrstici izberi ukaz *Funkcija* in v meniju izberi *Vstavi trendno črto*.
4. Ko najdeš ustrezno prilagoditveno krivuljo, zapiši enačbo njenega grafa, ki ti jo izpiše program.
5. Povečaj si območje prikaza grafa (v orodni vrstici izberi ukaz *Uredi* in v meniju *Osi*) in iz grafa odčitaj:
  - Do katere meje se bo jezero očistilo v najboljšem primeru? Oceni.
  - Zapiši enačbo asimptote.

Enačba asimptote:

### 5. naloga

V našem modelu bomo spreminjali vrednost mere onesnaženosti dotočne vode, to je količine  $b$ . Vrednost količine  $b$  spreminjaš v Excelovem dokumentu [Model dotok](#), nato ponovi zgornje štiri korake ter izpolni tabelo:

$p(1)$ v ppm	$b$ v ppm	Kdaj je stopnja onesnaženosti prihodnjega leta enaka stopnji onesnaženosti sedanjega? Oceni v letih.	Zapiši enačbo asimptote.
a) 20	10		
b) 20	3		
c) 20	30		
d) 20	0		

Kaj ugotoviš? Svojo ugotovitev tudi zapiši. \_\_\_\_\_

### DOMAČA NALOGA

V naslednjih nalogah boš preveril svoje znanje, ga nadgradil in povezal z drugimi področji.

#### 1. naloga

Naj bo začetna vrednost onesnaženja 42 ppm. Voda, ki v jezero priteče, ni onesnažena. Onesnaženost jezera se zniža pod 1 ppm v 14 letih. S spreminjanjem parametra v Excelovem dokumentu [Model brezdotoka](#) ugotovi, kolikšen odstotek vode se mora na leto zamenjati, da se to zgodi?

Ugotovitev:

**2. naloga**

*Naštej najmanj štiri vzroke za onesnaževanje voda.*

• • • •
------------------

**3. naloga**

*Kaj lahko sam storiš za zmanjšanje onesnaževanja voda?*

--

**4. naloga**

*Razmisli in poišči na internetu, v časopisih, revijah najmanj dva primera onesnaženja jezera oziroma reke, potoka v našem okolju, lahko tudi drugje. Zapiši, kdaj in kje se je to zgodilo, kdo je bil onesnaževalec (predpostavka).*

Čas, datum	Jezero, reka, potok	Onesnaževalec

**MISEL**

*V vaši civilizaciji je veliko norosti. Kot norci drvite beli ljudje za denarjem, dokler ga nimate toliko, da vam ga v kratkem življenju ne uspe porabiti. Ropate gozdove, zlorablimate zemljo, zapravljate njeno bogastvo, kot da ste poslednji rod, ne mislite na potomce, ki bodo vse to prav tako potrebovali. Govorite o boljšem jutri, medtem pa gradite bombe, da bi razdejali svet danes.*

TATANGA MANI, INDIJANEC



