

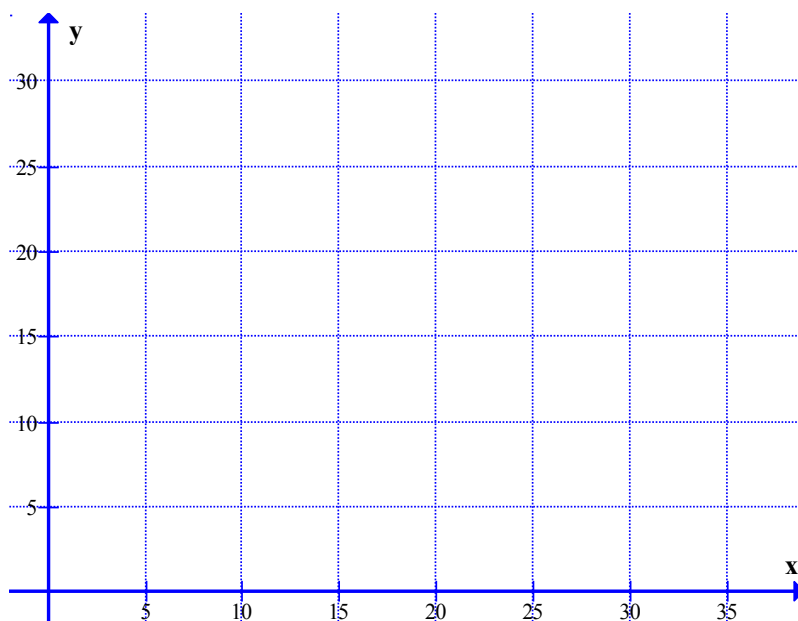
## Učni list

**NARAVNO ČIŠČENJE JEZERA****(matematično modeliranje brez uporabe IKT)**

Zaradi izpustov strupenih snovi iz tovarne v jezero je to postalo zelo onesnaženo. Po zaprtju tovarne se je naravno čistilo. Jezero je del verige jezer, povezanih z reko. Vsak mesec določen odstotek vode v jezeru odteče in se zamenja s čisto vodo iz zgornjih jezer in od dežja (predpostavimo, da dež ni onesnažen). Jezero se tako postopoma naravno čisti. Dosedanje meritve so zbrane v tabeli.

$x$ [čas v mesecih]	$y$ [onesnaženost v ppm <sup>1</sup> ]	$\log y$
1	20	
5	13,1	
10	7,5	
15	4,6	
20	2,7	

1. Narišite graf onesnaženosti v odvisnosti od časa.

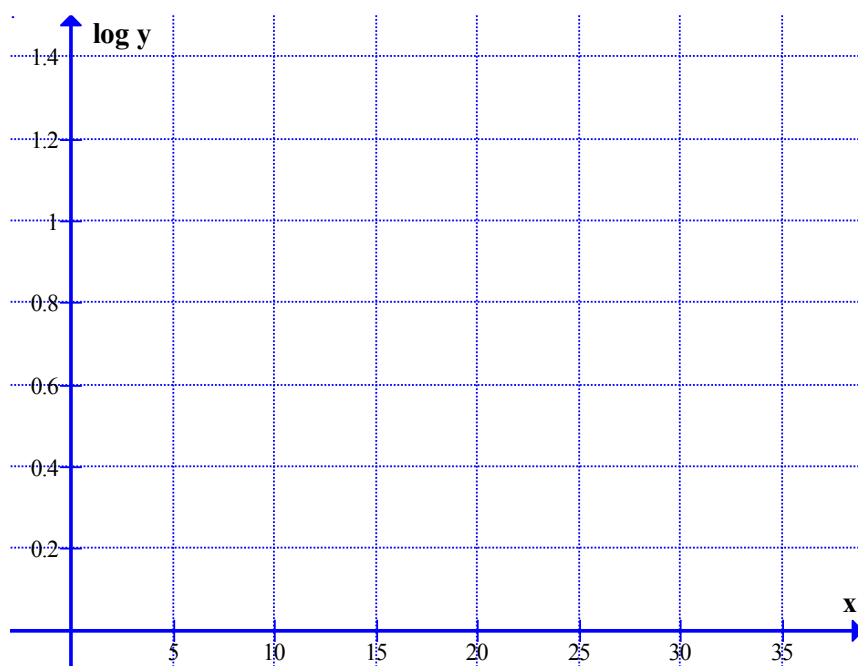


2. Narišite graf funkcije, ki se smiselno prilagaja danim podatkom (ni nujno, da gre skozi vse točke) in ki ustreza opisanemu problemu (izbirajte med grafom linearne, potenčne, eksponentne ali logaritemske funkcije). Katere (ena ali več) izmed naštetih funkcij po vaši presoji ustrezajo opisanemu problemu? Utemeljite.

<sup>1</sup> število onesnaženih delcev na milijon delcev vode

Izbrali ste eno ali več funkcij. Kako se odločimo med več funkcijami (med več modeli) oziroma kako utemeljimo ali zavržemo izbiro? Rešite naslednje tri naloge.

3. V tabeli izpolnite tretji stolpec (zaokrožite na eno decimalno mesto).
4. Narišite graf:  $x \rightarrow \log y$  in narišite funkcijo, ki se najbolj prilega narisanim točkam. Smiselno jo podaljšajte do presečišč s koordinatnima osema.



5. Računsko dokažite, da iz  $y = a \cdot b^x$  sledi  $\log y = \log a + x \log b$ .
6. Pojasnite enakost, ki ste jo dokazali pod točko 5. in jo povežite z drugim grafom. Kakšna je zveza med spremenljivkama  $x$  in  $\log y$  (linearna, eksponentna, logaritemska, potenčna)?  
Se ta ugotovitev ujema z obliko krivulje v drugem koordinatnem sistemu? Utemeljite!  
Ali je bila vaša predpostavka pod točko 2. pravilna? Ob morebitni napaki jo popravite.  
Ali graf prve funkcije seka ordinatno os?  
Ali graf prve funkcije seka abscisno os?
7. Predpostavite, da je graf prilagoditvene funkcije eksponentna funkcija  $y = a \cdot b^x$ . Na osnovi zbranih podatkov v tabeli izračunajte konstanti  $a$  in  $b$  (na dve decimalni mesti natančno) ter zapišite iskano funkcijo.
8. S pomočjo dobljenega predpisa prilagoditvene funkcije izračunajte (na eno decimalno mesto natančno):
  - a) onesnaženost po osmih mesecih,
  - b) onesnaženost po 30 mesecih,
  - c) onesnaženost po 5 letih,
  - d) začetno onesnaženost (ob času  $t = 0$ ),



- e) po kolikšnem času bo onesnaženost manjša od 0.5 ppm (to je onesnaženost, ki dovoljuje kopanje v jezeru),
  - f) v kolikšnem času se onesnaženost zmanjša za polovico.
9. Konstanti  $a$  in  $b$  boste še enkrat določili z grafom druge funkcije.
- a) Odčitajte začetno vrednost iz druge funkcije in z uporabo točke 5. izračunajte konstanto  $a$ . Primerjajte dobljeno vrednost s tisto, ki ste jo dobili pod točko 7.
  - b) Iz drugega grafa izračunajte smerni koeficient premice. Uporabite točko 5. in izračunajte vrednost konstante  $b$ .  
Primerjajte dobljeno vrednost s tisto, ki ste jo dobili pod točko 7.

**Opomba za ljubitelje matematike:**

V točki 5 ste dokazali trditev: Če sta spremenljivki  $x$  in  $y$  povezani eksponentno  $y = a \cdot b^x$ , potem sta  $x$  in  $\log y$  povezani linearno.

Iz tega pa seveda ne moremo sklepati: Če je graf  $x \rightarrow \log y$  premica, je funkcija  $x \rightarrow y$  eksponentna funkcija. Zapišite ustrezno trditev in jo dokažite.

10. Je bila ta vaja preprosta ali zahtevna? Zakaj? Kaj je bilo preprosto, kaj zahtevno? Napišite mnenje.  
Se vam je zdela vaja zanimiva? Napišite, zakaj?